

数学科学習課題

附属()中学校 受験番号: _____ 氏名: _____

※附属中学校名、受験番号、氏名を記入すること。

※答だけでなく途中過程もこのプリントに記述し、答え合わせをして、間違えたところはやり直しをすること。

※7枚すべてをホチキス(左上)でとめて提出すること。

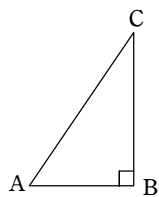
1 2次方程式 $5x^2 + 7x + 1 = 0$ を解きなさい。

2 方程式 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ を解きなさい。

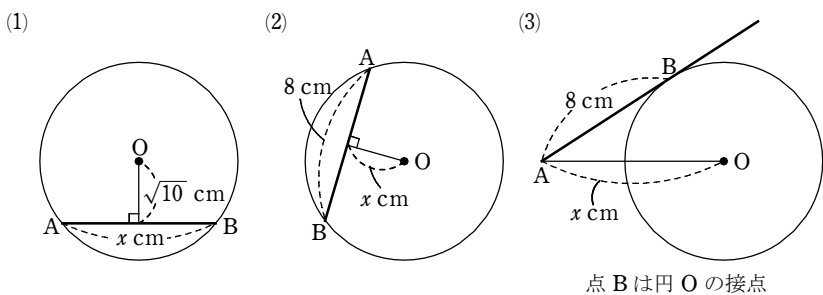
3 2次方程式 $(x-2)^2 + 3(x-2) = 18$ を解きなさい。

4 2次方程式 $(4x+3)(x-2) = 3x^2$ を解きなさい。

5 右の図のような、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。このとき、辺 AC の長さを求めなさい。

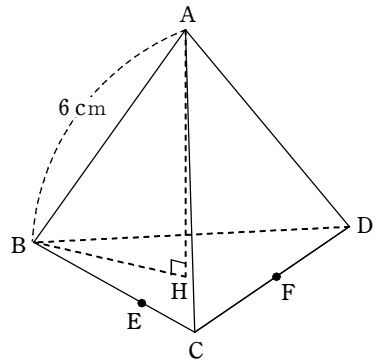


6 次の図において、円 O の半径が 5 cm であるとき、 x の値を求めなさい。



7 直角三角形において、斜辺の長さが $3\sqrt{5}\text{ cm}$ であり、他の2辺の長さが $x\text{ cm}$ 、 $(x+3)\text{ cm}$ であるとき、 x の値を求めなさい。

8 右の図のように、1辺の長さが 6 cm の正四面体 $ABCD$ があり、辺 BC 上に $BE:EC=2:1$ となる点 E をとる。また、辺 CD 上に点 F をとり、点 A から底面 BCD に垂線 AH をひく。いま、3点 A, E, F を通る平面で正四面体 $ABCD$ を切断したところ、点 C を含む方の立体の体積は、もとの正四面体 $ABCD$ の体積の $\frac{2}{9}$ 倍になった。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 線分 BH の長さを求めなさい。

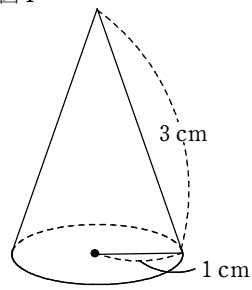
(2) 正四面体 $ABCD$ の体積を求めなさい。

(3) 線分 CF の長さを求めなさい。

(4) $\triangle AEF$ を底面としたときの、立体 $C-AEF$ の高さを求めなさい。

- 9 右の図1のように、底面の半径が1 cm、母線の長さが3 cm の円錐がある。
 このとき、次の問いに答えなさい。
 ただし、円周率は π とする。

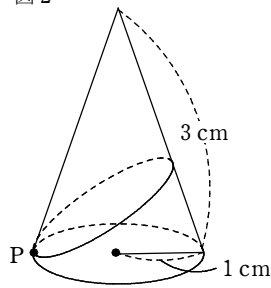
図1



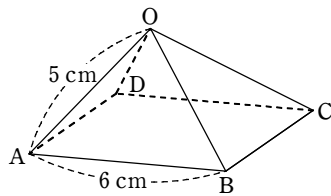
- (2) この円錐の表面積を求めなさい。

- 3) 右の図2のように、底面の円周上の点Pから円錐の側面を1周して、点Pまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなる時のひもの長さを求めなさい。

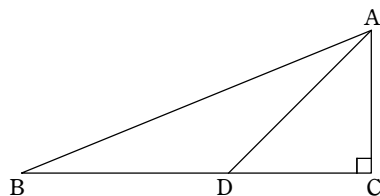
図2



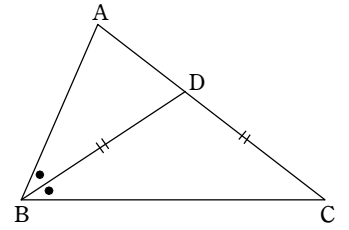
- 10 右の図のように、底面が1辺6 cm の正方形ABCDで、他の辺の長さが全て5 cm である正四角錐OABCDがある。正四角錐OABCDの体積を求めよ。



- 11 右の図のように、 $AC=CD=1$, $AD=BD$, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形がある。 AB^2 の値を求めよ。



- 12 $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ の二等分線と辺ACの交点をDとする。 $BD=CD$, $AB=6$, $AC=9$ のとき、次の問いに答えよ。

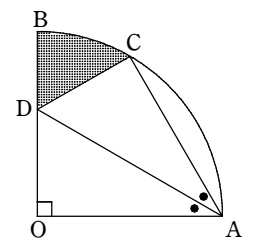


- (1) ADの長さを求めよ。

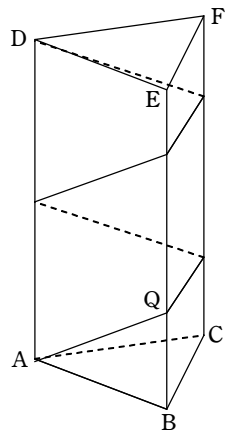
- (2) DからBCに下ろした垂線の長さを求めよ。

- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

- 13 図のようなおうぎ形があり、 $OA=AC=1$ cm です。 $\angle OAC$ の二等分線と半径OBとの交点をDとすると、影のついた部分の面積を求めなさい。



14 右の図のように、底面が1辺4 cmの正三角形、側面が縦12 cm、横4 cmの長方形である三角柱 ABCDEF があります。次の問いに答えなさい。



(1) 点 P を $CP=6$ cm となるように CF 上にとります。三角柱 ABCDEF の体積は、三角錐 PABC の体積の何倍か求めなさい。

(2) 点 Q を $BQ=3$ cm となるように BE 上にとります。

図のように頂点 A から点 Q を通り側面を2回転するように点 D までひもをかけます。ひもの長さが最短になるときの長さを求めなさい。

15 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に4点 $A(a, \frac{1}{2}a^2)$, $B(b, \frac{1}{2}b^2)$, $C(c, \frac{1}{2}c^2)$, $D(d, \frac{1}{2}d^2)$ をとる。 $a < b < 0 < c < d$ かつ、直線 AD の方程式が $y = \frac{1}{12}x + \frac{1}{6}$ のとき、次の問いに答えよ。

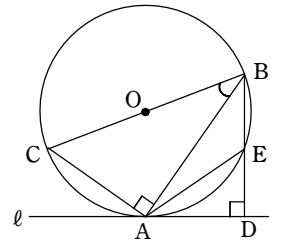
(1) a, d を求めよ。

(2) $b = -\frac{1}{3}$ かつ、三角形 ABD の面積と三角形 ACD の面積が等しいとき、 c を求めよ。

(3) 線分 BC の長さを求めよ。

(4) 点 A から直線 BC に下した垂線の長さを求めよ。

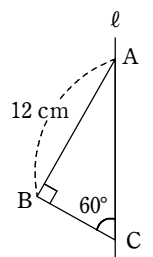
16 右の図のように、点 O を中心とする半径1の円がある。また、直線 ℓ は円周上の点 A を接点とする接線である。 $\angle ABC = 30^\circ$, $\widehat{AC} = \widehat{AE}$ であるとき、次の各問いに答えよ。



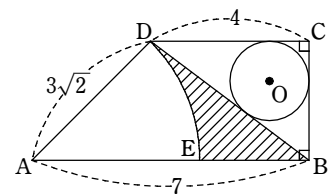
(1) BD の長さを求めよ。

(2) $\angle AEB$ の値を求めよ。

17 右の図の直角三角形 ABC を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。



18 右の図の台形 ABCD は、 $AB=7$, $AD=3\sqrt{2}$, $CD=4$, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ である。点 E は辺 AB 上の点で、弧 DE は点 A を中心とする円の一部である。また、円 O は $\triangle BCD$ の内接円である。次の問いに答えよ。

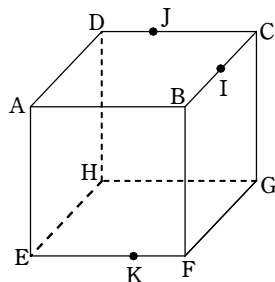


(1) $\angle DAB$ の大きさを求めよ。

(2) 斜線部分の面積を求めよ。

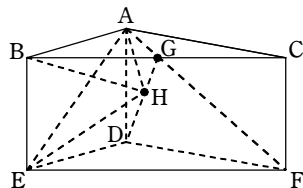
(3) 円 O の半径を求めよ。

- 19 1辺の長さが6 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ において、右図のように、 $DJ:JC=FK:KE=1:2$ 、 $BI:IC=1:1$ となるように3点 I, J, K をとり、この3点を通る平面で立方体を切る。次の問いに答えよ。



- (1) 線分 JK の長さを求めよ。
- (2) 切り口の図形は何角形か。
- (3) 切り口の多角形における辺で、最も短いものの長さを求めよ。
- (4) 切り口の多角形の面積を求めよ。

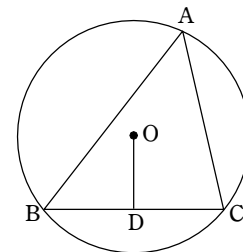
- 20 図で、 A, B, C, D, E, F を頂点とする立体は、 $\triangle ABC, \triangle DEF$ を底面とし、側面がすべて長方形である三角柱で、 G は辺 BC の中点、 H は線分 GD と平面 AEF との交点である。
 $AB=AC=10$ cm, $BC=12$ cm, $AD=6$ cm のとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。



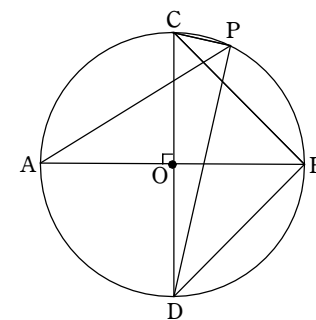
- (1) 線分 GD の長さは何 cm か、求めなさい。
- (2) 四角錐 $HABED$ の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

- 21 縦、横、高さがそれぞれ $x, x, x+1$ の直方体がある。この直方体の対角線の長さが2であるとき、 x の値を求めなさい。

- 22 図のように、 $\triangle ABC$ があり、点 D は辺 BC の中点、点 O は $\triangle ABC$ の外接円の中心である。 $OD=4, BC=10$ のとき、円 O の半径を求めよ。



- 23 右の図のように、円 O の直径 AB に垂直に交わる直径を CD とし、点 B と点 C 、点 B と点 D をそれぞれ結びます。また、小さい方の \widehat{BC} 上に2点 B, C のいずれにも一致しない点 P をとり、点 P と点 A 、点 P と点 C 、点 P と点 D をそれぞれ結びます。



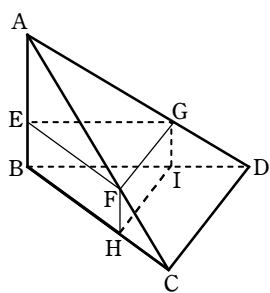
- あとの(1), (2)の問いに答えなさい。
- (1) $\angle PAB$ と大きさが等しい角を、次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。
 ア $\angle APD$ イ $\angle CPD$ ウ $\angle PDB$ エ $\angle APC$
 - (2) 線分 PD と線分 BC との交点を E とし、点 P と点 B を結びます。
 次の(ア), (イ)の問いに答えなさい。
 (ア) $\triangle PAB \sim \triangle PCE$ であることを証明しなさい。

- (イ) $AB=5$ cm とします。点 P を $AP=4$ cm となるようにとり、線分 AP と線分 BC との交点を F とするとき、次の(i), (ii)の問いに答えなさい。
- (i) 線分 CP の長さを求めなさい。

- (ii) $\triangle CFP$ の面積を求めなさい。

- 24 右の図1に示した立体A-BCDは、 $AB=6$ cm, $BC=8$ cm, $CD=6$ cm, $BD=10$ cm, $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ の三角錐である。立体EFG-BHIは、点E, 点F, 点G, 点H, 点Iが、それぞれ辺AB, 辺AC, 辺AD, 辺BC, 辺BD上にある三角柱である。 $AE=x$ cmとする。次の各問に答えよ。

図1

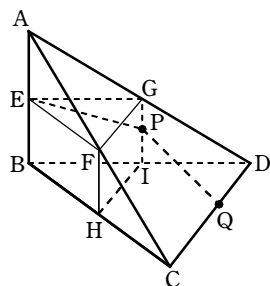


- (1) 立体A-BCDの表面積は何 cm^2 か。

- (2) 立体A-EFGの体積を V cm^3 , 立体FG-HCDIの体積を W cm^3 とする。 $V:W=1:2$ のとき、 x の値を求めよ。

- (3) 右の図2は、図1において、 $x=3$ のとき、線分GI上にある点P, 辺CD上にある点Qとし、点Eと点P, 点Pと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。 $EP+PQ=l$ cmとする。 l の値が最も小さくなる時、 l の値を求めよ。

図2



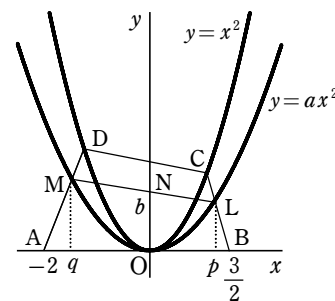
- 25 濃度5%の食塩水200gが入っている容器から $\frac{x}{2}$ gの食塩水をくみ出し、そのかわりに同量の水を加えてよくかき混ぜた。次に、この容器から x gの食塩水をくみ出した。このとき、食塩水中の食塩の量は3.75gになった。次の問いに答えなさい。
- (1) 始めにくみ出したあとの容器に残る食塩水中の食塩の量を x の式で表しなさい。

- (2) x の値を求めなさい。

- 26 2つの2次方程式 $x^2+ax+b=0$, $3x^2-4ax+2a-b=0$ がともに $x=2$ を解にもつとき、定数 a , b の値を求めなさい。

- 27 2次方程式 $2x^2-8x+7=0$ の2つの解を a , b ($a>b$) とするとき、次の式の値を求めなさい。 $(2a^2-7a+6)(2b^2-9b+8)+ab$

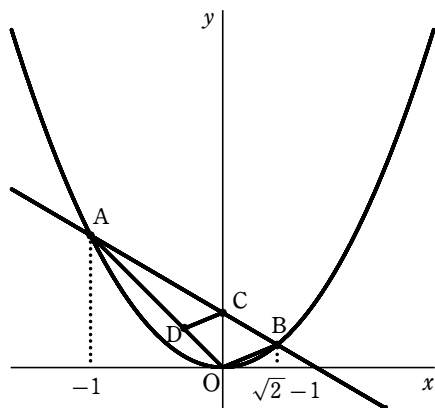
- 28 a を1より小さい正の定数とする。 x 軸上に2点 $A(-2, 0)$, $B(\frac{3}{2}, 0)$ があり、放物線 $y=x^2$ 上に x 座標が正である点Cと x 座標が負である点Dがある。放物線 $y=ax^2$ と直線BC, 直線ADとの交点を、それぞれ $L(p, ap^2)$, $M(q, aq^2)$ とおくとき、次の問いに答えなさい。
- (1) 直線LMと y 軸との交点を $N(0, b)$ とおくとき、 a , p , q を用いて b を表しなさい。



- (2) 点Cと点Dの x 座標がそれぞれ1と-1であるとき、次の問いに答えなさい。
- (ア) ap^2+2p と aq^2-q の値を求めなさい。

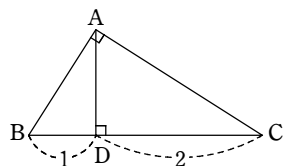
- (イ) $a=\frac{1}{2}$ のとき、 p と q の値を求めなさい。また、そのときの四角形AONMの面積 S を求めなさい。

29 右の図のように、放物線 $y=x^2$ 上に x 座標がそれぞれ $-1, \sqrt{2}-1$ である点 A, B をとり、直線 AB と y 軸との交点を C とする。原点 O と B を結ぶ直線に平行で C を通る直線と、直線 OA との交点を D とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標の1目盛りを 1 cm とする。

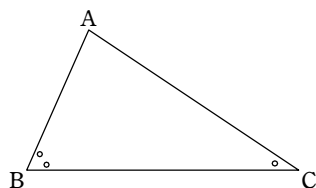


- (1) 直線 AB の傾きを求めなさい。
- (2) 点 C の y 座標を求めなさい。
- (3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (4) $AC : AB$ を求めなさい。
- (5) $\triangle ACD$ の面積を求めなさい。

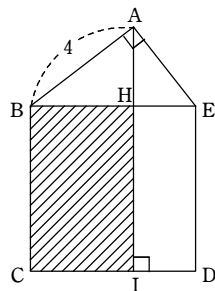
30 右の図において、 AD の長さを求めよ。



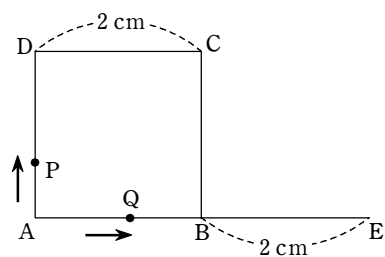
31 右の図のように、 $AB=3, AC=5, \angle B=2\angle C$ の $\triangle ABC$ がある。辺 BC の長さを求めよ。



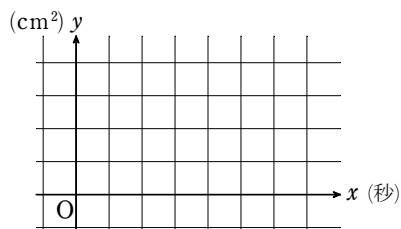
32 右の図のように、正方形 $BCDE$ と $\angle A=90^\circ, AB=4$ の直角三角形 ABE があります。斜線部分の面積を求めなさい。



33 1 辺の長さが 2 cm の正方形 $ABCD$ があり、辺 AB の延長上に $BE=2\text{ cm}$ となるように点 E をとる。点 P は頂点 A を出発した後、毎秒 1 cm の速さで正方形の辺上を D, C, B の順に移動し B で停止する。また、点 Q は点 P と同時に頂点 A を出発した後、毎秒 2 cm の速さで線分 AE 上を E まで移動する。その後毎秒 1 cm の速さで B まで戻り、さらに同じ速さで E まで移動し停止する。点 P, Q が出発してから x 秒後の、 $\triangle APQ$ と正方形 $ABCD$ が重なってできる図形の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

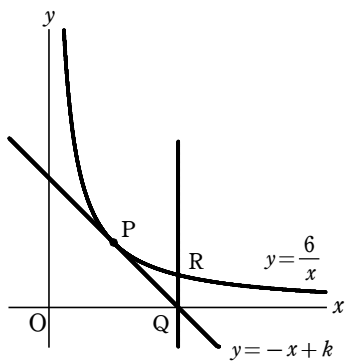


- (1) y を x の式で表し、 x と y の関係を表すグラフを右の図にかきなさい。



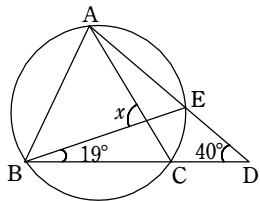
- (2) $\triangle APQ$ と正方形 $ABCD$ が重なってできる図形の面積が、正方形 $ABCD$ の面積の $\frac{1}{6}$ になるのは、点 P, Q が出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

- 34 右の図のように、直線 $y = -x + k$ が $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) のグラフと点 P で接し、 x 軸と点 Q で交わっている。点 Q を通って x 軸に垂直な直線と $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) のグラフとの交点を R とするとき、次の各問いに答えよ。ただし、原点を O とする。
- (1) k の値を求めよ。

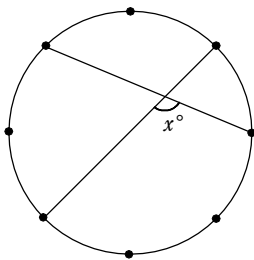


- (2) $\triangle OPR$ の面積を求めよ。

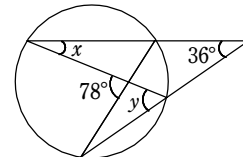
- 35 右の図において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



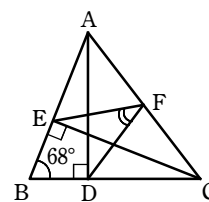
- 36 右の図のように、円周を 8 等分した点と、それらを結ぶ 2 本の線分があります。 x の値を求めなさい。



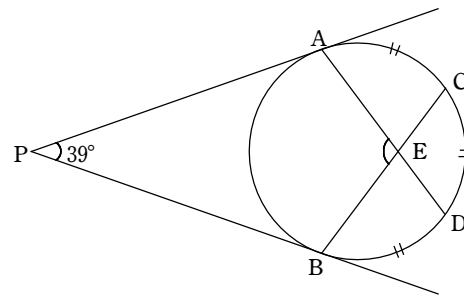
- 37 右の図で、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めよ。



- 38 図のような、 $\angle B = 68^\circ$ である $\triangle ABC$ において、頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひき、頂点 C から辺 AB に垂線 CE をひく。また、辺 AC の中点を F とする。このとき、 $\angle DFE$ の大きさを求めよ。



- 39 図のように、点 P から円 O に接線を引き、その接点を A, B とします。 \widehat{AB} を 3 等分し、点 C, D をとり、弦 AD と弦 BC の交点を E とします。 $\angle AEB$ の大きさを求めなさい。



【解答】

1 解答 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{29}}{10}$

2 解答 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

3 解答 $x = -4, 5$

4 解答 $x = -1, 6$

5 解答 $\sqrt{13}$ cm

6 解答 (1) $2\sqrt{15}$ (2) 3 (3) $\sqrt{89}$

7 解答 $x = 3$

8 解答 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $18\sqrt{2}$ cm³ (3) 4 cm (4) $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ cm

9 解答 (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ cm³ (2) 4π cm² (3) $3\sqrt{3}$ cm

10 解答 $12\sqrt{7}$ cm³

11 解答 $2\sqrt{2} + 4$

12 解答 (1) 4 (2) $\frac{5\sqrt{7}}{4}$ (3) $\frac{135\sqrt{7}}{16}$

13 解答 $\frac{\pi - \sqrt{3}}{12}$ cm²

14 解答 (1) 6 倍 (2) $(5 + \sqrt{481})$ cm

15 解答 (1) $a = -\frac{1}{2}, d = \frac{2}{3}$ (2) $c = \frac{1}{2}$ (3) $\frac{5\sqrt{145}}{72}$ (4) $\frac{\sqrt{145}}{145}$

16 解答 (1) $\frac{3}{2}$ (2) 120°

17 解答 $96\sqrt{3}\pi$ cm³

18 解答 (1) 45° (2) $\frac{21}{2} - \frac{9}{4}\pi$ (3) 1

19 解答 (1) $2\sqrt{19}$ cm (2) 六角形 (3) $2\sqrt{2}$ cm (4) $8\sqrt{34}$ cm²

20 解答 (1) 10 cm (2) 48 cm³

21 解答 $x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$

22 解答 $\sqrt{41}$

23 解答 (1) ウ (2) (ア) 略 (イ) (i) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm (ii) $\frac{3}{28}$ cm²

24 解答 (1) 108 cm² (2) $x = 2\sqrt{3}$ (3) $l = 3\sqrt{10}$

25 解答 (1) $(10 - \frac{x}{40})$ g (2) $x = 100$

26 解答 $a = 4, b = -12$

27 解答 3

28 解答 (1) $b = -apq$

(2) (ア) $ap^2 + 2p = 3, aq^2 - q = 2$

(イ) $p = -2 + \sqrt{10}, q = 1 - \sqrt{5}, S = \frac{3\sqrt{10} - 5\sqrt{2}}{2}$

29 解答 (1) $\sqrt{2} - 2$ (2) $\sqrt{2} - 1$ (3) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ cm² (4) $1 : \sqrt{2}$

(5) $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ cm²

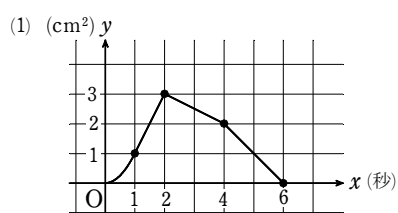
30 解答 $\sqrt{2}$

31 解答 $BC = \frac{16}{3}$

32 解答 16

33 解答 (1) [図]

(2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 秒後, $\frac{16}{3}$ 秒後



34 解答 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $\frac{9}{2}$

35 解答 78°

36 解答 $x = \frac{225}{2}$

37 解答 $\angle x = 21^\circ, \angle y = 57^\circ$

38 解答 44°

39 解答 107°