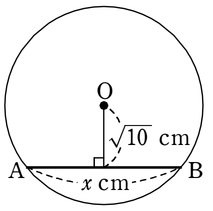
/

数学科学習課題　附属（　　　　）中学校　受験番号：　　　　　　　氏名：

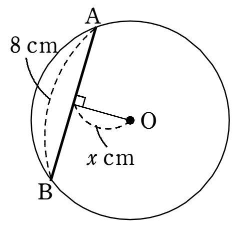
※附属中学校名、受験番号、氏名を記入すること。
※答だけでなく途中過程もこのプリントに記述し，答え合わせをして，間違えたところはやり直しをすること。
※９枚すべてをホチキス（左上）でとめて提出すること。

1 次の図において，円 O の半径が 5 cm であるとき，x の値を求めなさい。

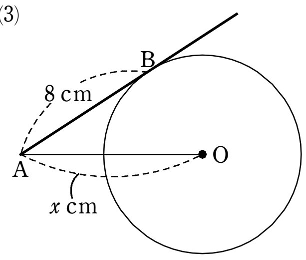
(1)



(2)

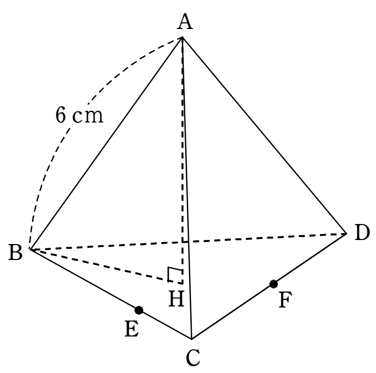


(3)



点 B は円 O の接点

2 右の図のように，1 辺の長さが 6 cm の正四面体 ABCD があり，辺 BC 上に BE：EC＝2：1 となる点 E をとる。また，辺 CD 上に点 F をとり，点 A から底面 BCD に垂線 AH をひく。いま，3 点 A，E，F を通る平面で正四面体 ABCD を切断したところ，点 C を含む方の立体の体積は，もとの正四面体 ABCD の体積の $\frac{2}{9}$ 倍になった。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 線分 BH の長さを求めなさい。

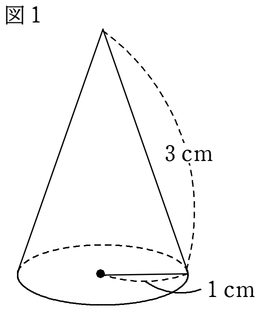
(2) 正四面体 ABCD の体積を求めなさい。

(3) 線分 CF の長さを求めなさい。

(4) △AEF を底面としたときの，立体 C－AEF の高さを求めなさい。

3 右の図 1 のように，底面の半径が 1 cm，母線の長さが 3 cm の円錐がある。
このとき，次の問いに答えなさい。
ただし，円周率は π とする。

図 1

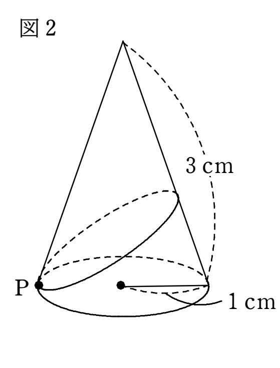


(1) この円錐の体積を求めなさい。

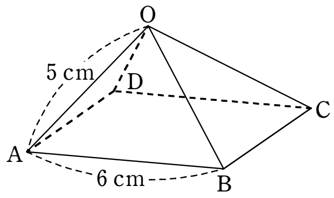
(2) この円錐の表面積を求めなさい。

(3) 右の図 2 のように，底面の円周上の点 P から円錐の側面を 1 周して，点 P までひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めなさい。

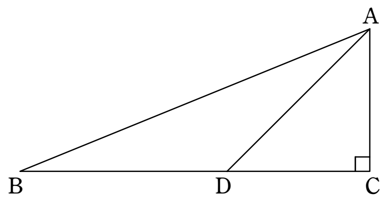
図 2



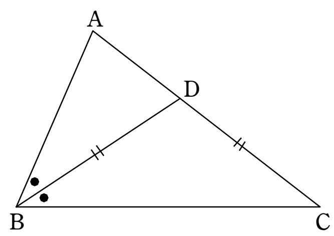
$\boxed{4}$ 右の図のように，底面が 1 辺 6 cm の正方形 ABCD で，他の辺の長さが全て 5 cm である正四角錐 OABCD がある。正四角錐 OABCD の体積を求めよ。



$\boxed{5}$ 右の図のように，AC＝CD＝1，AD＝BD，∠C＝90° の直角三角形がある。AB^2 の値を求めよ。



$\boxed{6}$ △ABC において，∠B の二等分線と辺 AC の交点を D とする。BD＝CD，AB＝6，AC＝9 のとき，次の問いに答えよ。



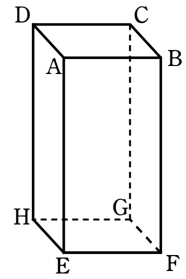
(1) AD の長さを求めよ。

(2) D から BC に下ろした垂線の長さを求めよ。

(3) △ABC の面積を求めよ。

$\boxed{7}$ 図 1 のように，AB＝2 cm，AD＝2 cm，AE＝4 cm の直方体 ABCDEFGH がある。
図 2 のように直方体を辺 FG を軸とし，側面 BCGF が底面となるように倒す。直方体が通過した部分をすべて 1 つの立体とみなし，その立体を V とする。

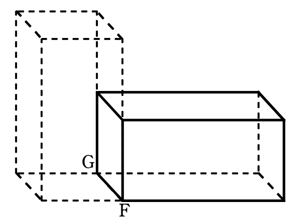
図 1



(1) AF の長さは $\boxed{}$ cm である。

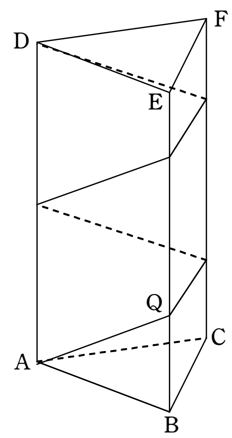
(2) 点 B の移動した長さは $\boxed{}$ cm である。

図 2



(3) 立体 V の体積は $\boxed{}$ cm^3 である。

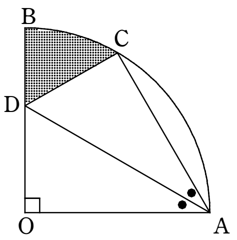
$\boxed{8}$ 右の図のように，底面が 1 辺 4 cm の正三角形，側面が縦 12 cm，横 4 cm の長方形である三角柱 ABCDEF があります。次の問いに答えなさい。



(1) 点 P を CP＝6 cm となるように CF 上にとります。
三角柱 ABCDEF の体積は，三角錐 PABC の体積の何倍か求めなさい。

(2) 点 Q を BQ＝3 cm となるように BE 上にとります。
図のように頂点 A から点 Q を通り側面を 2 回転するように点 D までひもをかけます。ひもの長さが最短になるときの長さを求めなさい。

9 図のようなおうぎ形があり，OA＝AC＝1 cm です。∠OAC の二等分線と半径 OB との交点を D とするとき，影のついた部分の面積を求めなさい。



10 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 4 点 A$\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，B$\left(b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$，C$\left(c,\ \frac{1}{2}c^2\right)$，D$\left(d,\ \frac{1}{2}d^2\right)$ をとる。$a<b<0<c<d$ かつ，直線 AD の方程式が $y=\frac{1}{12}x+\frac{1}{6}$ のとき，次の問いに答えよ。

(1) a，d を求めよ。

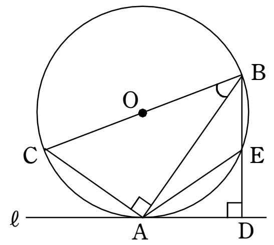
(2) $b=-\frac{1}{3}$ かつ，三角形 ABD の面積と三角形 ACD の面積が等しいとき，c を求めよ。

(3) 線分 BC の長さを求めよ。

(4) 点 A から直線 BC に下した垂線の長さを求めよ。

11 右の図のように，点 O を中心とする半径 1 の円がある。また，直線 ℓ は円周上の点 A を接点とする接線である。

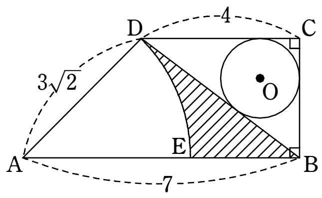
∠ABC＝30°，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) BD の長さを求めよ。

(2) ∠AEB の値を求めよ。

12 右の図の台形 ABCD は，AB＝7，AD＝$3\sqrt{2}$，CD＝4，∠ABC＝∠BCD＝90° である。点 E は辺 AB 上の点で，弧 DE は点 A を中心とする円の一部である。また，円 O は △BCD の内接円である。次の問いに答えよ。

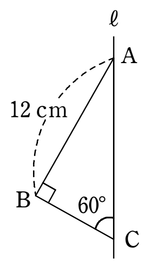


(1) ∠DAB の大きさを求めよ。

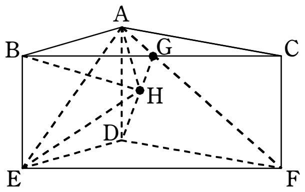
(2) 斜線部分の面積を求めよ。

(3) 円 O の半径を求めよ。

13 右の図の直角三角形 ABC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。



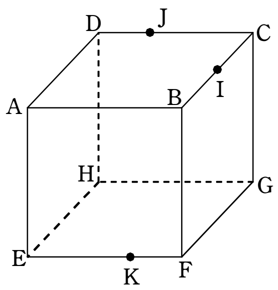
14 図で，A，B，C，D，E，F を頂点とする立体は，△ABC，△DEF を底面とし，側面がすべて長方形である三角柱で，G は辺 BC の中点，H は線分 GD と平面 AEF との交点である。
AB＝AC＝10 cm，BC＝12 cm，AD＝6 cm のとき，次の (1)，(2) の問いに答えなさい。



(1) 線分 GD の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) 四角錐 HABED の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

15 1 辺の長さが 6 cm の立方体 ABCD－EFGH において，右図のように，DJ：JC＝FK：KE＝1：2，BI：IC＝1：1 となるように 3 点 I，J，K をとり，この 3 点を通る平面で立方体を切る。次の問いに答えよ。



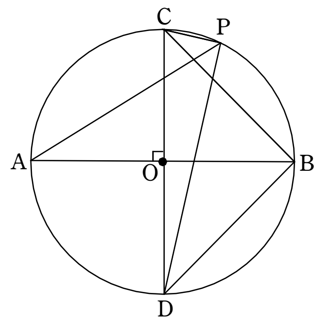
(1) 線分 JK の長さを求めよ。

(2) 切り口の図形は何角形か。

(3) 切り口の多角形における辺で，最も短いものの長さを求めよ。

(4) 切り口の多角形の面積を求めよ。

16 右の図のように，円 O の直径 AB に垂直に交わる直径を CD とし，点 B と点 C，点 B と点 D をそれぞれ結びます。また，小さい方の $\overset{\frown}{BC}$ 上に 2 点 B，C のいずれにも一致しない点 P をとり，点 P と点 A，点 P と点 C，点 P と点 D をそれぞれ結びます。
あとの (1)，(2) の問いに答えなさい。



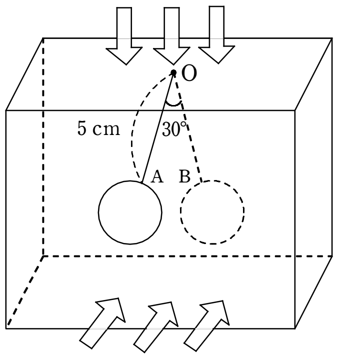
(1) ∠PAB と大きさが等しい角を，次のア ～ エから 1 つ選び，記号で答えなさい。
ア ∠APD　イ ∠CPD　ウ ∠PDB　エ ∠APC

(2) 線分 PD と線分 BC との交点を E とし，点 P と点 B を結びます。
次の (ア)，(イ) の問いに答えなさい。
(ア) △PAB∽△PCE であることを証明しなさい。

(イ) AB＝5 cm とします。点 P を AP＝4 cm となるようにとり，線分 AP と線分 BC との交点を F とするとき，次の (i)，(ii) の問いに答えなさい。
(i) 線分 CP の長さを求めなさい。

(ii) △CFP の面積を求めなさい。

17 長さ 5 cm の糸の端に半径 1 cm の球を接着し，天井からつり下げ振り子にした。振り子を左に持ち上げて静かにはなしたところ，右図のように左右に往復運動をし，振り子の振れ角 ∠AOB は 30° で安定した。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。

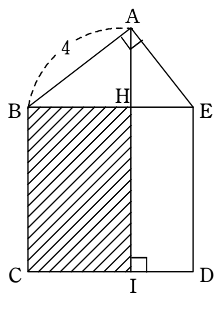


(1) $\{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})\}^2$ を計算しなさい。

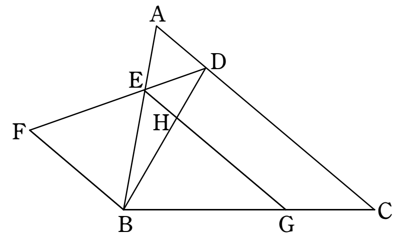
(2) 正面からまっすぐ光を当てるとき，壁にできる球の影が通る部分の面積を求めなさい。

(3) 天井から真下に向かってまっすぐ光を当てるとき，床の上にできる球の影が通る部分の面積を求めなさい。

18 右の図のように，正方形 BCDE と ∠A＝90°，AB＝4 の直角三角形 ABE があります。斜線部分の面積を求めなさい。



19 右の図のように，∠A が 60° で，∠ABC が 60° より大きい △ABC がある。辺 AC 上に点 D を ∠CBD＝60° となるようにとり，点 B と点 D を結ぶ。続いて，辺 AB 上に点 E を ∠ADE＝60° となるようにとり，直線 DE と，点 B を通り辺 AC と平行な直線との交点を F とする。また，点 E を通り辺 AC と平行な直線と，辺 BC，線分 BD との交点をそれぞれ G，H とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) △EBG≡△FBD であることを証明せよ。

(2) AB＝6 cm，AC＝9 cm とするとき，

(ア) 線分 FB の長さを求めよ。

(イ) △EHD の面積を S，△BHG の面積を T とする。このとき，$S：T$ を最も簡単な整数の比で表せ。

(ウ) 線分 BH の長さを求めよ。

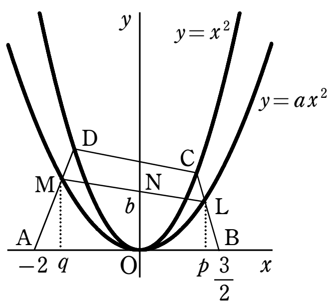
$\boxed{20}$ 濃度 5 % の食塩水 200 g が入っている容器から $\dfrac{x}{2}$ g の食塩水をくみ出し，そのかわりに同量の水を加えてよくかき混ぜた。次に，この容器から x g の食塩水をくみ出した。このとき，食塩水中の食塩の量は 3.75 g になった。次の問いに答えなさい。

(1) 始めにくみ出したあとの容器に残る食塩水中の食塩の量を x の式で表しなさい。

(2) x の値を求めなさい。

$\boxed{21}$ 2 次方程式 $2x^2-8x+7=0$ の 2 つの解を a，b $(a>b)$ とするとき，次の式の値を求めなさい。 $(2a^2-7a+6)(2b^2-9b+8)+ab$

$\boxed{22}$ a を 1 より小さい正の定数とする。x 軸上に 2 点 A $(-2,\ 0)$，B $\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ があり，放物線 $y=x^2$ 上に x 座標が正である点 C と x 座標が負である点 D がある。放物線 $y=ax^2$ と直線 BC，直線 AD との交点を，それぞれ L $(p,\ ap^2)$，M $(q,\ aq^2)$ とおくとき，次の問いに答えなさい。



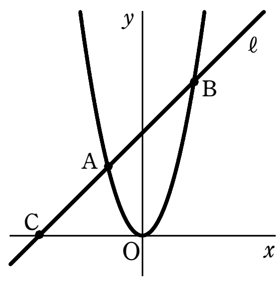
(1) 直線 LM と y 軸との交点を N$(0,\ b)$ とおくとき，a，p，q を用いて b を表しなさい。

(2) 点 C と点 D の x 座標がそれぞれ 1 と -1 であるとき，次の問いに答えなさい。

(ア) ap^2+2p と aq^2-q の値を求めなさい。

(イ) $a=\dfrac{1}{2}$ のとき，p と q の値を求めなさい。また，そのときの四角形 AONM の面積 S を求めなさい。

$\boxed{23}$ 右の図のように，放物線 $y=ax^2$ 上に 2 点 A，B がある。点 A の座標は $(-2,\ 2)$，点 B の x 座標は 3 である。このとき，次の各問いに答えなさい。

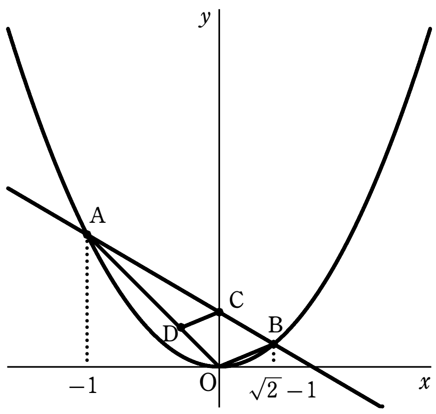


(1) a の値を求めなさい。

(2) 2 点 A，B を通る直線を ℓ とする。直線 ℓ の式を求めなさい。

(3) 直線 ℓ と x 軸との交点を C とする。△OBC を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π として計算しなさい。

$\boxed{24}$ 右の図のように，放物線 $y=x^2$ 上に x 座標がそれぞれ -1，$\sqrt{2}-1$ である点 A，B をとり，直線 AB と y 軸との交点を C とする。原点 O と B を結ぶ直線に平行で C を通る直線と，直線 OA との交点を D とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，座標の 1 目盛りを 1 cm とする。



(1) 直線 AB の傾きを求めなさい。

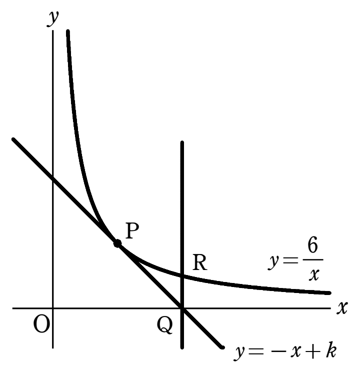
(2) 点 C の y 座標を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) AC：AB を求めなさい。

(5) △ACD の面積を求めなさい。

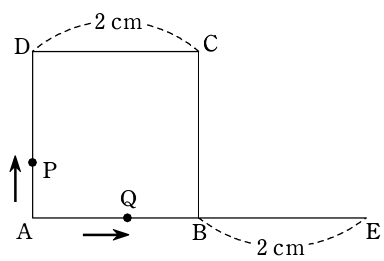
$\boxed{25}$ 右の図のように，直線 $y=-x+k$ が $y=\dfrac{6}{x}$ $(x>0)$ のグラフと点 P で接し，x 軸と点 Q で交わっている。点 Q を通って x 軸に垂直な直線と $y=\dfrac{6}{x}$ $(x>0)$ のグラフとの交点を R とするとき，次の各問いに答えよ。ただし，原点を O とする。



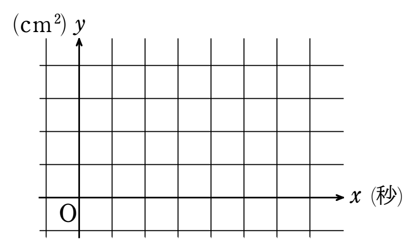
(1) k の値を求めよ。

(2) △OPR の面積を求めよ。

$\boxed{26}$ 1 辺の長さが 2 cm の正方形 ABCD があり，辺 AB の延長上に BE=2 cm となるように点 E をとる。点 P は頂点 A を出発した後，毎秒 1 cm の速さで正方形の辺上をD，C，B の順に移動し B で停止する。また，点 Q は点 P と同時に頂点 A を出発した後，毎秒 2 cm の速さで線分 AE 上を E まで移動する。その後毎秒 1 cm の速さで B まで戻り，さらに同じ速さで E まで移動し停止する。点 P，Q が出発してから x 秒後の，△APQ と正方形 ABCD が重なってできる図形の面積を $y\,\text{cm}^2$ とするとき，次の問いに答えなさい。

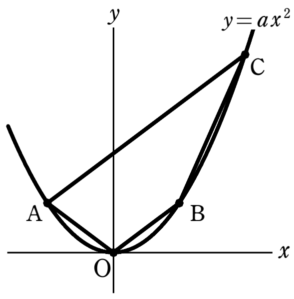


(1) y を x の式で表し，x と y の関係を表すグラフを右の図にかきなさい。



(2) △APQ と正方形 ABCD が重なってできる図形の面積が，正方形 ABCD の面積の $\dfrac{1}{6}$ になるのは，点 P，Q が出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

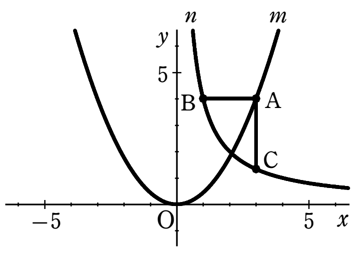
27 図で，O は原点，A，B，C は関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点である。
点 A，B の座標がそれぞれ $(-3,\ 3)$，$(3,\ 3)$ であり，点 C の x 座標が 6 であるとき，次の (1)，(2) の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

(2)　原点を通り，四角形 AOBC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

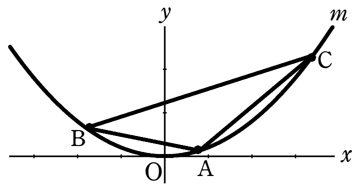
28 右図において，m は $y=\dfrac{4}{9}x^2$ のグラフを表し，n は $y=\dfrac{4}{x}$ $(x>0)$ のグラフを表す。A は m 上の点であり，その x 座標は正である。B，C は n 上の点であり，B の x 座標は 1 である。A の y 座標は B の y 座標と等しく，C の x 座標は A の x 座標と等しい。A と B，A と C とをそれぞれ結ぶ。



(1)　関数 $y=\dfrac{4}{9}x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

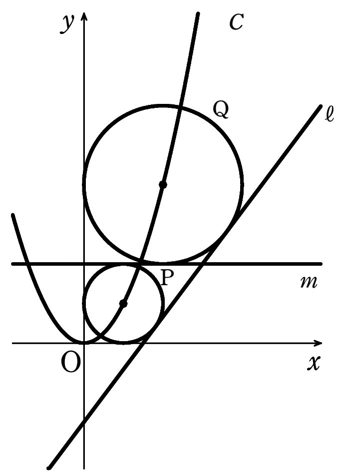
(2)　線分 AC の長さは線分 AB の長さの何倍ですか。ただし，x 軸の 1 目もりの長さと y 軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

29 右図において，m は $y=\dfrac{1}{5}x^2$ のグラフを表す。



A，B，C は m 上の点である。A の x 座標は 0 より大きく 1 より小さい。k を 2 より大きい定数とする。B の x 座標は A の x 座標より k 小さく，C の x 座標は A の x 座標より k 大きい。
A と B，A と C，B と C とをそれぞれ結ぶ。
△ABC の面積を k を用いて表しなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm とする。

30 2 円 P，Q と 2 直線 ℓ，m がある。m は x 軸に平行であるとする。
2 円 P，Q はその中心が放物線 C：$y=\dfrac{2}{3}x^2$ 上にあり，
$0<$(P の中心の x 座標)$<$(Q の中心の x 座標) が成り立っている。
また，円 P は x 軸に接しており，y 軸，直線 ℓ，直線 m は 2 円 P，Q の両方に接しているとする。
このとき，次の問いに答えよ。

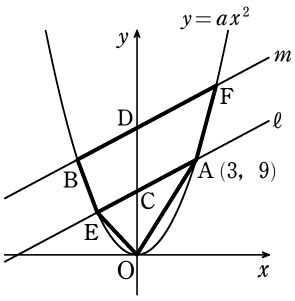


(1)　円 P の中心の座標を求めよ。

(2)　円 Q の中心の座標を求めよ。

(3)　直線 ℓ と y 軸の交点の座標を求めよ。

31 図のように，放物線 $y=ax^2$ 上に2点 A，B があり，A の座標は (3，9) で，B の y 座標は A の y 座標と同じです。A を通る直線 ℓ と B を通る直線 m は平行で，ℓ，m と y 軸との交点をそれぞれ C，D とすると，OC：OD＝1：2 になります。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 m の式を求めなさい。

(3) 直線 ℓ と放物線 $y=ax^2$ の交点のうち A 以外の点を E，直線 m と放物線 $y=ax^2$ の交点のうち B 以外の点を F とします。△OAE と四角形 BEAF の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

32 座標平面上に，3点 A (0，1)，B (5，4)，C (5，3) をとり，原点 O とあわせて平行四辺形 OABC を考えます。また，x 座標および y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1) 直線 AB の方程式を求めなさい。

(2) 平行四辺形 OABC の内部にある格子点を P とするとき，点 P の個数 n を求めなさい。ただし，格子点として平行四辺形の辺上の点は含まないとします。

(3) (2) の点 P に関して，△OCP は n 個できますが，その中で面積の最小値を求めなさい。

数学科学習課題　答え

1 解答　(1)　$2\sqrt{15}$　(2)　3　(3)　$\sqrt{89}$

2 解答　(1)　$2\sqrt{3}$ cm　(2)　$18\sqrt{2}$ cm^3　(3)　4 cm　(4)　$\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ cm

3 解答　(1)　$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ cm^3　(2)　4π cm^2　(3)　$3\sqrt{3}$ cm

4 解答　$12\sqrt{7}$ cm^3

5 解答　$2\sqrt{2}+4$

6 解答　(1)　4　(2)　$\dfrac{5\sqrt{7}}{4}$　(3)　$\dfrac{135\sqrt{7}}{16}$

7 解答　(1)　$2\sqrt{5}$　(2)　2π　(3)　$10\pi+16$

8 解答　(1)　6 倍　(2)　$(5+\sqrt{481})$ cm

9 解答　$\dfrac{\pi-\sqrt{3}}{12}$ cm^2

10 解答　(1)　$a=-\dfrac{1}{2}$，$d=\dfrac{2}{3}$　(2)　$c=\dfrac{1}{2}$　(3)　$\dfrac{5\sqrt{145}}{72}$　(4)　$\dfrac{\sqrt{145}}{145}$

11 解答　(1)　$\dfrac{3}{2}$　(2)　120°

12 解答　(1)　45°　(2)　$\dfrac{21}{2}-\dfrac{9}{4}\pi$　(3)　1

13 解答　$96\sqrt{3}\pi$ cm^3

14 解答　(1)　10 cm　(2)　48 cm^3

15 解答　(1)　$2\sqrt{19}$ cm　(2)　六角形　(3)　$2\sqrt{2}$ cm　(4)　$8\sqrt{34}$ cm^2

16 解答　(1)　ウ

(2)　(ア)　△PAB と △PCE において

$\overset{\frown}{\mathrm{PB}}$ に対する円周角について

∠PAB＝∠PCE　……①

線分 AB，線分 CD は円 O の直径であるから

∠APB＝90°

∠CPE＝90°

よって　∠APB＝∠CPE　……②

①，② より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△PAB∽△PCE

(イ)　(i)　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm　(ii)　$\dfrac{3}{28}$ cm^2

17 解答　(1)　$72-36\sqrt{3}$　(2)　3π cm^2　(3)　$(\pi+6\sqrt{6}-6\sqrt{2})$ cm^2

18 解答　16

19 解答　(1)　△EBG と △FBD において

AC∥FB より

∠FBE＝∠EAD＝60°

∠BFE＝∠EDA＝60°

よって，△FBE は正三角形であるから

EB＝FB　……①

AC∥EG より

∠BEG＝∠EAD＝60°

したがって　∠BEG＝∠BFD　……②

また　∠GBE＝∠GBD＋∠ABD

∠GBD＝60° より

∠GBE＝60°＋∠ABD

さらに　∠DBF＝∠FBE＋∠ABD

＝60°＋∠ABD

よって　∠GBE＝∠DBF　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△EBG≡△FBD　……④

(2)　(ア)　4 cm　(イ)　$S:T=1:7$　(ウ)　$\dfrac{4\sqrt{7}}{3}$ cm

20 解答　(1)　$\left(10-\dfrac{x}{40}\right)$ g　(2)　$x=100$

21 解答　3

22 解答　(1)　$b=-apq$

(2)　(ア)　$ap^2+2p=3$，$aq^2-q=2$

(イ)　$p=-2+\sqrt{10}$，$q=1-\sqrt{5}$，$S=\dfrac{3\sqrt{10}-5\sqrt{2}}{2}$

23 解答　(1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=\dfrac{1}{2}x+3$　(3)　$\dfrac{81}{2}\pi$

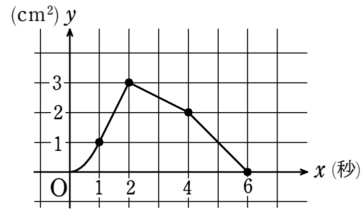
24 解答　(1)　$\sqrt{2}-2$　(2)　$\sqrt{2}-1$　(3)　$\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ cm^2　(4)　$1:\sqrt{2}$

(5)　$\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$ cm^2

25 解答　(1)　$2\sqrt{6}$　(2)　$\dfrac{9}{2}$

26 解答　(1)　［図］

(2)　$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 秒後，$\dfrac{16}{3}$ 秒後

(1)


27 解答　(1)　$a=\dfrac{1}{3}$　(2)　$y=3x$

28 解答　(1)　$0\leqq y\leqq 4$　(2)　$\dfrac{4}{3}$ 倍

29 解答　$\dfrac{1}{5}k^3$ cm^2

30 解答　(1)　$\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$　(2)　(3，6)　(3)　(0，−3)

31 解答　(1)　$a=1$　(2)　$y=x+12$　(3)　5：12

32 解答　(1)　$y=\dfrac{3}{5}x+1$　(2)　4 個　(3)　$\dfrac{1}{2}$