

数学科学習課題

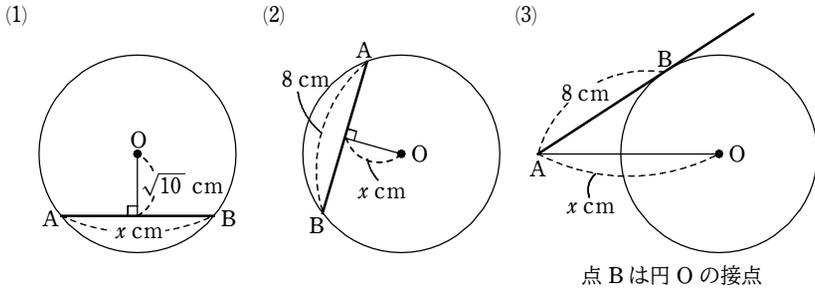
附属( )中学校 受験番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

※A4用紙に片面で印刷をし、1ページ目に附属中学校名、受験番号、氏名を記入すること。

※答だけでなく途中過程もこのプリントに記述し、答え合わせをして(「略」の問題は除く)間違えたところはやり直しをすること。

※略解をのぞく9枚をホチキス(左上)でとめて提出すること。

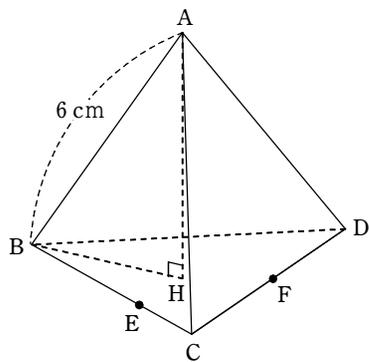
1 下の図において、円Oの半径が5cmであるとき、 $x$ の値を求めなさい。



(3) 線分CFの長さを求めなさい。

(4)  $\triangle AEF$ を底面としたときの、立体C-AEFの高さを求めなさい。

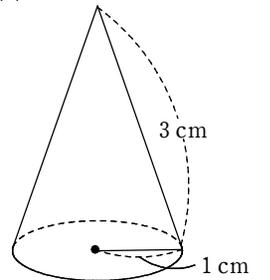
2 右の図のように、1辺の長さが6cmの正四面体ABCDがあり、辺BC上にBE:EC=2:1となる点Eをとる。また、辺CD上に点Fをとり、点Aから底面BCDに垂線AHをひく。いま、3点A, E, Fを通る平面で正四面体ABCDを切断したところ、点Cを含む方の立体の体積は、もとの正四面体ABCDの体積の $\frac{2}{9}$ 倍になった。このとき、次の問いに答えなさい。



(2) 正四面体ABCDの体積を求めなさい。

3 右の図1のように、底面の半径が1cm、母線の長さが3cmの円錐がある。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は $\pi$ とする。

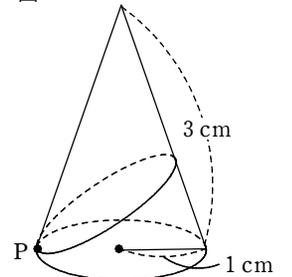
図1



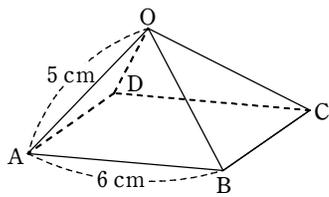
(2) この円錐の表面積を求めなさい。

(3) 右の図2のように、底面の円周上の点Pから円錐の側面を1周して、点Pまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めなさい。

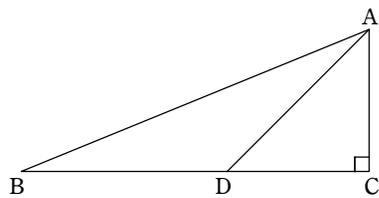
図2



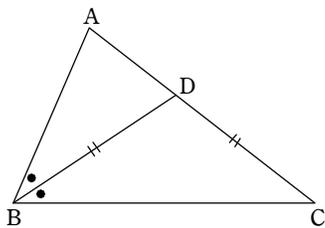
- 4 右の図のように、底面が1辺6 cmの正方形 ABCDで、他の辺の長さが全て5 cmである正四角錐 OABCDがある。正四角錐 OABCDの体積を求めよ。



- 5 右の図のように、 $AC=CD=1$ ,  $AD=BD$ ,  $\angle C=90^\circ$ の直角三角形がある。 $AB^2$ の値を求めよ。



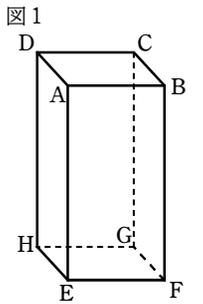
- 6  $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ の二等分線と辺 ACの交点を Dとする。 $BD=CD$ ,  $AB=6$ ,  $AC=9$ のとき、次の問いに答えよ。



- (2) DからBCに下ろした垂線の長さを求めよ。

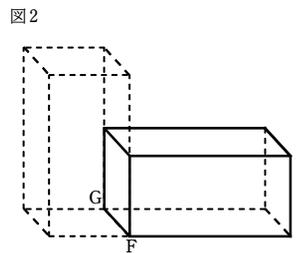
- (3)  $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

- 7 図1のように、 $AB=2$  cm,  $AD=2$  cm,  $AE=4$  cmの直方体 ABCDEFGHがある。図2のように直方体を辺FGを軸とし、側面 BCGFが底面となるように倒す。直方体が通過した部分をすべて1つの立体とみなし、その立体を Vとする。



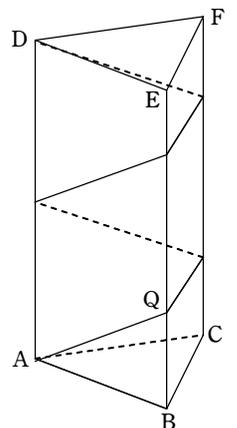
- (1) AFの長さは  cmである。

- (2) 点Bの移動した長さは  cmである。



- (3) 立体 Vの体積は   $\text{cm}^3$ である。

- 8 右の図のように、底面が1辺4 cmの正三角形、側面が縦12 cm, 横4 cmの長方形である三角柱 ABCDEFがあります。次の問いに答えなさい。

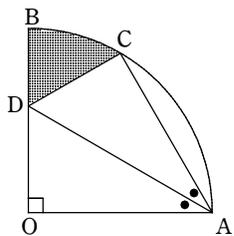


- (1) 点Pを  $CP=6$  cm となるように CF 上にとります。三角柱 ABCDEFの体積は、三角錐 PABCの体積の何倍か求めなさい。

- (2) 点Qを  $BQ=3$  cm となるように BE 上にとります。

図のように頂点Aから点Qを通り側面を2回転するように点Dまでひもをかけます。ひもの長さが最短になるときの長さを求めなさい。

- 9 図のようなおうぎ形があり、 $OA = AC = 1$  cm です。  
 $\angle OAC$  の二等分線と半径  $OB$  との交点を  $D$  とするとき、影のついた部分の面積を求めなさい。



- 10  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に 4 点  $A(a, \frac{1}{2}a^2)$ ,  $B(b, \frac{1}{2}b^2)$ ,  $C(c, \frac{1}{2}c^2)$ ,  $D(d, \frac{1}{2}d^2)$  をとる。  
 $a < b < 0 < c < d$  かつ、直線  $AD$  の方程式が  $y = \frac{1}{12}x + \frac{1}{6}$  のとき、次の問いに答えよ。

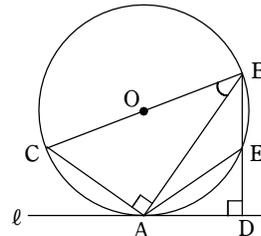
(1)  $a, d$  を求めよ。

(2)  $b = -\frac{1}{3}$  かつ、三角形  $ABD$  の面積と三角形  $ACD$  の面積が等しいとき、 $c$  を求めよ。

(3) 線分  $BC$  の長さを求めよ。

(4) 点  $A$  から直線  $BC$  に下した垂線の長さを求めよ。

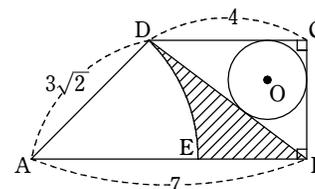
- 11 右の図のように、点  $O$  を中心とする半径 1 の円がある。また、直線  $l$  は円周上の点  $A$  を接点とする接線である。  
 $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $\widehat{AC} = \widehat{AE}$  であるとき、次の各問いに答えよ。



(1)  $BD$  の長さを求めよ。

(2)  $\angle AEB$  の値を求めよ。

- 12 右の図の台形  $ABCD$  は、 $AB = 7$ ,  $AD = 3\sqrt{2}$ ,  $CD = 4$ ,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$  である。点  $E$  は辺  $AB$  上の点で、弧  $DE$  は点  $A$  を中心とする円の一部である。また、円  $O$  は  $\triangle BCD$  の内接円である。次の問いに答えよ。

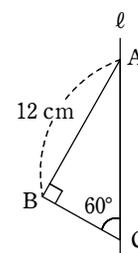


(1)  $\angle DAB$  の大きさを求めよ。

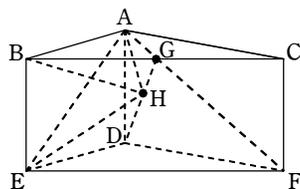
(2) 斜線部分の面積を求めよ。

(3) 円  $O$  の半径を求めよ。

- 13 右の図の直角三角形  $ABC$  を、直線  $l$  を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

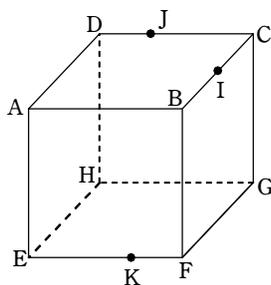


- 14 図で、A, B, C, D, E, Fを頂点とする立体は、 $\triangle ABC$ ,  $\triangle DEF$ を底面とし、側面がすべて長方形である三角柱で、Gは辺BCの中点、Hは線分GDと平面AEFとの交点である。  
 $AB=AC=10$  cm,  $BC=12$  cm,  $AD=6$  cm のとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。



- (1) 線分GDの長さは何cmか、求めなさい。
- (2) 四角錐HABEDの体積は何 $\text{cm}^3$ か、求めなさい。

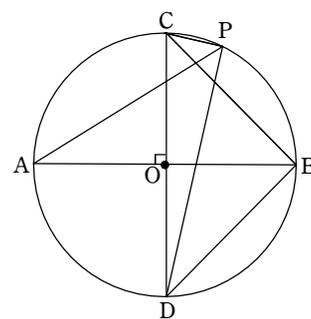
- 15 1辺の長さが6cmの立方体 $ABCD-EFGH$ において、右図のように、 $DJ:JC=FK:KE=1:2$ ,  $BI:IC=1:1$ となるように3点I, J, Kをとり、この3点を通る平面で立方体を切る。次の問いに答えよ。



- (1) 線分JKの長さを求めよ。
- (2) 切り口の図形は何角形か。
- (3) 切り口の多角形における辺で、最も短いものの長さを求めよ。

- (4) 切り口の多角形の面積を求めよ。

- 16 右の図のように、円Oの直径ABに垂直に交わる直径をCDとし、点Bと点C、点Bと点Dをそれぞれ結びます。また、小さい方の $\widehat{BC}$ 上に2点B, Cのいずれにも一致しない点Pをとり、点Pと点A、点Pと点C、点Pと点Dをそれぞれ結びます。



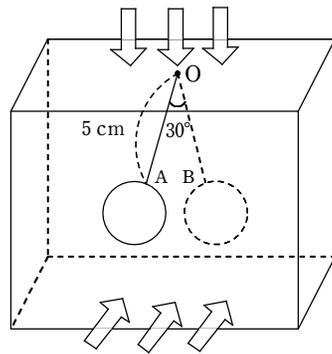
- あとの(1), (2)の問いに答えなさい。
- (1)  $\angle PAB$ と大きさが等しい角を、次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。  
 ア  $\angle APD$  イ  $\angle CPD$  ウ  $\angle PDB$  エ  $\angle APC$
- (2) 線分PDと線分BCとの交点をEとし、点Pと点Bを結びます。次の(ア), (イ)の問いに答えなさい。  
 (ア)  $\triangle PAB \sim \triangle PCE$ であることを証明しなさい。

- (イ)  $AB=5$  cmとします。点Pを $AP=4$  cmとなるようにとり、線分APと線分BCとの交点をFとすると、次の(i), (ii)の問いに答えなさい。

- (i) 線分CPの長さを求めなさい。

- (ii)  $\triangle CFP$ の面積を求めなさい。

- 17 長さ 5 cm の糸の端に半径 1 cm の球を接着し、天井からつり下げ振り子にした。振り子を左に持ち上げて静かにはなしたところ、右図のように左右に往復運動をし、振り子の振れ角  $\angle AOB$  は  $30^\circ$  で安定した。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

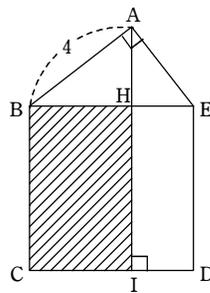


- (1)  $\{3(\sqrt{6} - \sqrt{2})\}^2$  を計算しなさい。

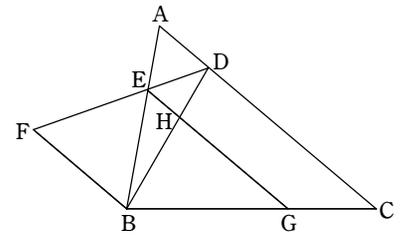
- (2) 正面からまっすぐ光を当てるとき、壁にできる球の影が通る部分の面積を求めなさい。

- (3) 天井から真下に向かってまっすぐ光を当てるとき、床の上に見える球の影が通る部分の面積を求めなさい。

- 18 右の図のように、正方形 BCDE と  $\angle A = 90^\circ$ 、 $AB = 4$  の直角三角形 ABE があります。斜線部分の面積を求めなさい。



- 19 右の図のように、 $\angle A$  が  $60^\circ$  で、 $\angle ABC$  が  $60^\circ$  より大きい  $\triangle ABC$  がある。辺 AC 上に点 D を  $\angle CBD = 60^\circ$  となるようにとり、点 B と点 D を結ぶ。続いて、辺 AB 上に点 E を  $\angle ADE = 60^\circ$  となるようにとり、直線 DE と、点 B を通り辺 AC と平行な直線との交点を F とする。また、点 E を通り辺 AC と平行な直線と、辺 BC、線分 BD との交点をそれぞれ G、H とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $\triangle EBG \cong \triangle FBD$  であることを証明せよ。

- (2)  $AB = 6$  cm,  $AC = 9$  cm とするとき、

- (ア) 線分 FB の長さを求めよ。

- (イ)  $\triangle EHD$  の面積を  $S$ 、 $\triangle BHG$  の面積を  $T$  とする。このとき、 $S : T$  を最も簡単な整数の比で表せ。

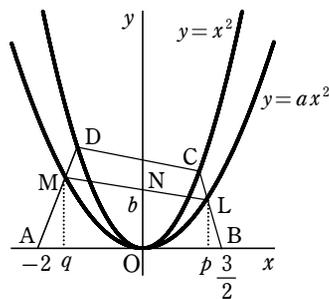
- (ウ) 線分 BH の長さを求めよ。

- 20 濃度 5% の食塩水 200 g が入っている容器から  $\frac{x}{2}$  g の食塩水をくみ出し、そのかわりに同量の水を加えてよくかき混ぜた。次に、この容器から  $x$  g の食塩水をくみ出した。このとき、食塩水中の食塩の量は 3.75 g になった。次の問いに答えなさい。
- (1) 始めにくみ出したあとの容器に残る食塩水中の食塩の量を  $x$  の式で表しなさい。

(2)  $x$  の値を求めなさい。

- 21 2次方程式  $2x^2 - 8x + 7 = 0$  の 2つの解を  $a, b$  ( $a > b$ ) とするとき、次の式の値を求めなさい。  $(2a^2 - 7a + 6)(2b^2 - 9b + 8) + ab$

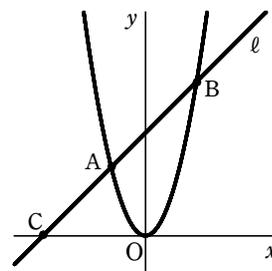
- 22  $a$  を 1 より小さい正の定数とする。  $x$  軸上に 2点  $A(-2, 0), B(\frac{3}{2}, 0)$  があり、放物線  $y = x^2$  上に  $x$  座標が正である点  $C$  と  $x$  座標が負である点  $D$  がある。放物線  $y = ax^2$  と直線  $BC$ 、直線  $AD$  との交点を、それぞれ  $L(p, ap^2), M(q, aq^2)$  とおくと、次の問いに答えなさい。
- (1) 直線  $LM$  と  $y$  軸との交点を  $N(0, b)$  とおくと、  $a, p, q$  を用いて  $b$  を表しなさい。



- (2) 点  $C$  と点  $D$  の  $x$  座標がそれぞれ 1 と  $-1$  であるとき、次の問いに答えなさい。
- (ア)  $ap^2 + 2p$  と  $aq^2 - q$  の値を求めなさい。

- (イ)  $a = \frac{1}{2}$  のとき、  $p$  と  $q$  の値を求めなさい。また、そのときの四角形  $AONM$  の面積  $S$  を求めなさい。

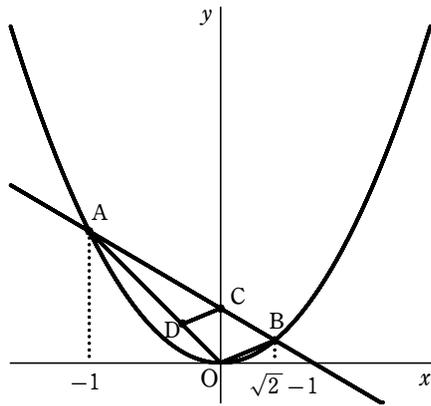
- 23 右の図のように、放物線  $y = ax^2$  上に 2点  $A, B$  がある。点  $A$  の座標は  $(-2, 2)$ 、点  $B$  の  $x$  座標は 3 である。このとき、次の各問いに答えなさい。
- (1)  $a$  の値を求めなさい。



- (2) 2点  $A, B$  を通る直線を  $l$  とする。直線  $l$  の式を求めなさい。

- (3) 直線  $l$  と  $x$  軸との交点を  $C$  とする。  $\triangle OBC$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は  $\pi$  として計算しなさい。

24 右の図のように、放物線  $y=x^2$  上に  $x$  座標がそれぞれ  $-1, \sqrt{2}-1$  である点  $A, B$  をとり、直線  $AB$  と  $y$  軸との交点を  $C$  とする。原点  $O$  と  $B$  を結ぶ直線に平行で  $C$  を通る直線と、直線  $OA$  との交点を  $D$  とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標の1目盛りを1 cm とする。



(1) 直線  $AB$  の傾きを求めなさい。

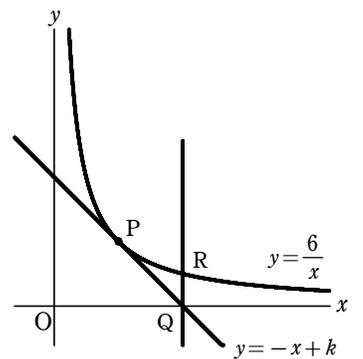
(2) 点  $C$  の  $y$  座標を求めなさい。

(3)  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

(4)  $AC:AB$  を求めなさい。

(5)  $\triangle ACD$  の面積を求めなさい。

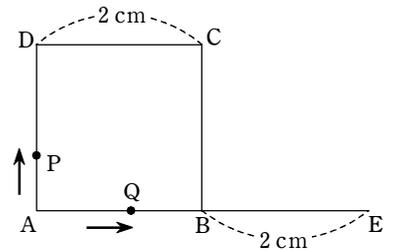
25 右の図のように、直線  $y=-x+k$  が  $y=\frac{6}{x}$  ( $x>0$ ) のグラフと点  $P$  で接し、 $x$  軸と点  $Q$  で交わっている。点  $Q$  を通って  $x$  軸に垂直な直線と  $y=\frac{6}{x}$  ( $x>0$ ) のグラフとの交点を  $R$  とするとき、次の各問いに答えよ。ただし、原点を  $O$  とする。



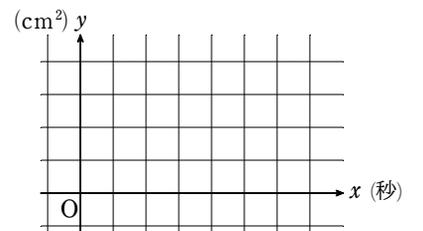
(1)  $k$  の値を求めよ。

(2)  $\triangle OPR$  の面積を求めよ。

26 1 辺の長さが 2 cm の正方形  $ABCD$  があり、辺  $AB$  の延長上に  $BE=2$  cm となるように点  $E$  をとる。点  $P$  は頂点  $A$  を出発した後、毎秒 1 cm の速さで正方形の辺上を  $D, C, B$  の順に移動し  $B$  で停止する。また、点  $Q$  は点  $P$  と同時に頂点  $A$  を出発した後、毎秒 2 cm の速さで線分  $AE$  上を  $E$  まで移動する。その後毎秒 1 cm の速さで  $B$  まで戻り、さらに同じ速さで  $E$  まで移動し停止する。点  $P, Q$  が出発してから  $x$  秒後の、 $\triangle APQ$  と正方形  $ABCD$  が重なってできる図形の面積を  $y$   $\text{cm}^2$  とするとき、次の問いに答えなさい。



(1)  $y$  を  $x$  の式で表し、 $x$  と  $y$  の関係を表すグラフを右の図にかきなさい。

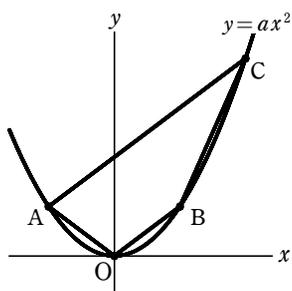


(2)  $\triangle APQ$  と正方形  $ABCD$  が重なってできる図形の面積が、正方形  $ABCD$  の面積の  $\frac{1}{6}$  になるのは、点  $P, Q$  が出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

27 図で、 $O$  は原点、 $A, B, C$  は関数  $y=ax^2$  ( $a$  は定数) のグラフ上の点である。

点  $A, B$  の座標がそれぞれ  $(-3, 3), (3, 3)$  であり、点  $C$  の  $x$  座標が  $6$  であるとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1)  $a$  の値を求めなさい。

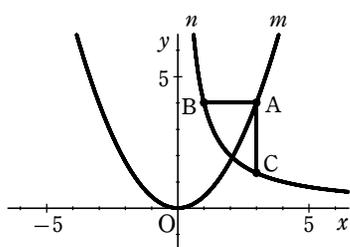


(2) 原点を通り、四角形  $AOBC$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

28 右図において、 $m$  は  $y=\frac{4}{9}x^2$  のグラフ

を表し、 $n$  は  $y=\frac{4}{x}$  ( $x>0$ ) のグラフを表す。 $A$  は  $m$  上の点であり、その  $x$  座標は正である。 $B, C$  は  $n$  上の点であり、 $B$  の  $x$  座標は  $1$  である。 $A$  の  $y$  座標は  $B$  の  $y$  座標と等しく、 $C$  の  $x$  座標は  $A$  の  $x$  座標と等しい。 $A$  と  $B, A$  と  $C$  とをそれぞれ結ぶ。

(1) 関数  $y=\frac{4}{9}x^2$  について、 $x$  の変域が  $-3 \leq x \leq 2$  のときの  $y$  の変域を求めなさい。

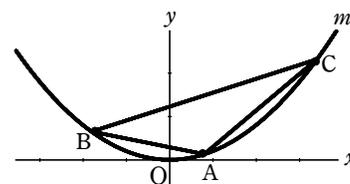


(2) 線分  $AC$  の長さは線分  $AB$  の長さの何倍ですか。ただし、 $x$  軸の 1 目もりの長さと  $y$  軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

29 右図において、 $m$  は  $y=\frac{1}{5}x^2$  のグラフを表す。

$A, B, C$  は  $m$  上の点である。 $A$  の  $x$  座標は  $0$  より大きく  $1$  より小さい。 $k$  を  $2$  より大きい定数とする。 $B$  の  $x$  座標は  $A$  の  $x$  座標より  $k$  小さく、 $C$  の  $x$  座標は  $A$  の  $x$  座標より  $k$  大きい。 $A$  と  $B, A$  と  $C, B$  と  $C$  とをそれぞれ結ぶ。

$\triangle ABC$  の面積を  $k$  を用いて表しなさい。求め方も書くこと。ただし、座標軸の 1 目もりの長さは  $1$  cm とする。



30 2円  $P, Q$  と 2 直線  $\ell, m$  がある。 $m$  は  $x$  軸に平行であるとする。

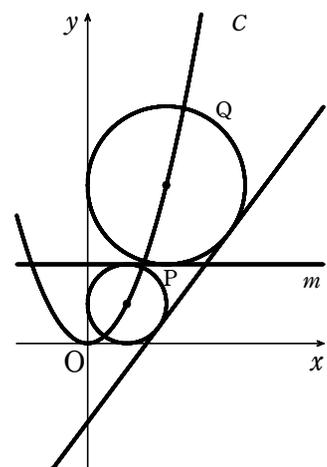
2円  $P, Q$  はその中心が放物線  $C: y=\frac{2}{3}x^2$  上

にあり、

$0 < (P \text{ の中心の } x \text{ 座標}) < (Q \text{ の中心の } x \text{ 座標})$  が成り立っている。

また、円  $P$  は  $x$  軸に接しており、 $y$  軸、直線  $\ell$ 、直線  $m$  は 2円  $P, Q$  の両方に接しているとする。このとき、次の問いに答えよ。

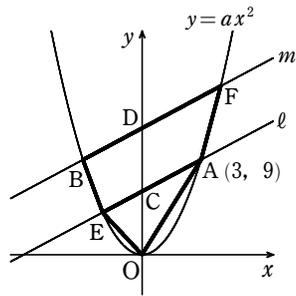
(1) 円  $P$  の中心の座標を求めよ。



(2) 円  $Q$  の中心の座標を求めよ。

(3) 直線  $\ell$  と  $y$  軸の交点の座標を求めよ。

- 31 図のように、放物線  $y=ax^2$  上に2点 A, B があり、A の座標は (3, 9) で、B の  $y$  座標は A の  $y$  座標と同じです。A を通る直線  $\ell$  と B を通る直線  $m$  は平行で、 $\ell, m$  と  $y$  軸との交点をそれぞれ C, D とすると、 $OC:OD=1:2$  になります。



- (1)  $a$  の値を求めなさい。

- (2) 直線  $m$  の式を求めなさい。

- (3) 直線  $\ell$  と放物線  $y=ax^2$  の交点のうち A 以外の点を E, 直線  $m$  と放物線  $y=ax^2$  の交点のうち B 以外の点を F とします。△OAE と四角形 BEAF の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

- 32 座標平面上に、3点 A (0, 1), B (5, 4), C (5, 3) をとり、原点 O とあわせて平行四辺形 OABC を考えます。また、 $x$  座標および  $y$  座標がともに整数である点を格子点と呼ぶとき、次の問いに答えなさい。

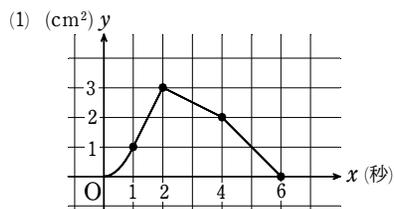
- (1) 直線 AB の方程式を求めなさい。

- (2) 平行四辺形 OABC の内部にある格子点を P とするとき、点 P の個数  $n$  を求めなさい。ただし、格子点として平行四辺形の辺上の点は含まないとする。

- (3) (2) の点 P に関して、△OCP は  $n$  個できますが、その中で面積の最小値を求めなさい。

略解

- 1 解答 (1)  $2\sqrt{15}$  (2) 3 (3)  $\sqrt{89}$
- 2 解答 (1)  $2\sqrt{3}$  cm (2)  $18\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup> (3) 4 cm (4)  $\frac{4\sqrt{6}}{5}$  cm
- 3 解答 (1)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$  cm<sup>3</sup> (2)  $4\pi$  cm<sup>2</sup> (3)  $3\sqrt{3}$  cm
- 4 解答  $12\sqrt{7}$  cm<sup>3</sup>
- 5 解答  $2\sqrt{2} + 4$
- 6 解答 (1) 4 (2)  $\frac{5\sqrt{7}}{4}$  (3)  $\frac{135\sqrt{7}}{16}$
- 7 解答 (1)  $2\sqrt{5}$  (2)  $2\pi$  (3)  $10\pi + 16$
- 8 解答 (1) 6 倍 (2)  $(5 + \sqrt{481})$  cm
- 9 解答  $\frac{\pi - \sqrt{3}}{12}$  cm<sup>2</sup>
- 10 解答 (1)  $a = -\frac{1}{2}, d = \frac{2}{3}$  (2)  $c = \frac{1}{2}$  (3)  $\frac{5\sqrt{145}}{72}$  (4)  $\frac{\sqrt{145}}{145}$
- 11 解答 (1)  $\frac{3}{2}$  (2)  $120^\circ$
- 12 解答 (1)  $45^\circ$  (2)  $\frac{21}{2} - \frac{9}{4}\pi$  (3) 1
- 13 解答  $96\sqrt{3}\pi$  cm<sup>3</sup>
- 14 解答 (1) 10 cm (2)  $48$  cm<sup>3</sup>
- 15 解答 (1)  $2\sqrt{19}$  cm (2) 六角形 (3)  $2\sqrt{2}$  cm (4)  $8\sqrt{34}$  cm<sup>2</sup>
- 16 解答 (1) ウ (2) (ア) 略 (イ) (i)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  cm (ii)  $\frac{3}{28}$  cm<sup>2</sup>
- 17 解答 (1)  $72 - 36\sqrt{3}$  (2)  $3\pi$  cm<sup>2</sup> (3)  $(\pi + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{2})$  cm<sup>2</sup>
- 18 解答 16
- 19 解答 (1) 略 (2) (ア) 4 cm (イ)  $S : T = 1 : 7$  (ウ)  $\frac{4\sqrt{7}}{3}$  cm
- 20 解答 (1)  $(10 - \frac{x}{40})$  g (2)  $x = 100$
- 21 解答 3
- 22 解答 (1)  $b = -apq$   
 (2) (ア)  $ap^2 + 2p = 3, aq^2 - q = 2$   
 (イ)  $p = -2 + \sqrt{10}, q = 1 - \sqrt{5}, S = \frac{3\sqrt{10} - 5\sqrt{2}}{2}$
- 23 解答 (1)  $a = \frac{1}{2}$  (2)  $y = \frac{1}{2}x + 3$  (3)  $\frac{81}{2}\pi$
- 24 解答 (1)  $\sqrt{2} - 2$  (2)  $\sqrt{2} - 1$  (3)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$  cm<sup>2</sup> (4)  $1 : \sqrt{2}$   
 (5)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$  cm<sup>2</sup>
- 25 解答 (1)  $2\sqrt{6}$  (2)  $\frac{9}{2}$
- 26 解答 (1) [図]  
 (2)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  秒後,  $\frac{16}{3}$  秒後



- 27 解答 (1)  $a = \frac{1}{3}$  (2)  $y = 3x$
- 28 解答 (1)  $0 \leq y \leq 4$  (2)  $\frac{4}{3}$  倍
- 29 解答  $\frac{1}{5}k^3$  cm<sup>2</sup>
- 30 解答 (1)  $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$  (2) (3, 6) (3) (0, -3)
- 31 解答 (1)  $a = 1$  (2)  $y = x + 12$  (3) 5 : 12
- 32 解答 (1)  $y = \frac{3}{5}x + 1$  (2) 4 個 (3)  $\frac{1}{2}$